

Physique Quantique I

V. Savona

9 octobre 2014

1 Introduction

La « mécanique quantique » est la théorie qui décrit le comportement de la lumière et de la matière.

À l'échelle macroscopique, ces deux phénomènes sont décrits respectivement par la théorie de l'électromagnétisme de Maxwell et par la théorie de la mécanique de Newton. À la base de ces deux descriptions, il y a les concepts d'onde et de particule, qui sont aussi les éléments conceptuels de base de notre compréhension de la nature. Le concept d'onde (électromagnétique, élastique dans un solide, de pression dans un gaz, etc.) évoque l'idée d'un phénomène étendu à tout l'espace, caractérisé par une amplitude et par une phase, et capable de produire le phénomène de l'interférence. Le concept de particule, par contre, nous fait penser à des entités localisées en un point de l'espace, caractérisées par des trajectoires en fonction du temps, et capables de subir des chocs.

Au début du vingtième siècle, des expériences sur la lumière et sur les particules élémentaires ont mis en évidence quelques « anomalies » par rapport aux comportements attendus. Plus exactement elles ont suggéré que, dans des conditions particulières et surtout à l'échelle microscopique, la lumière peut parfois se comporter comme une particule et une particule de matière comme une onde. Ce sont surtout ces expériences qui ont stimulé le progrès en physique théorique qui a eu lieu entre 1900 et 1927, grâce aux travaux de Pauli, Einstein, Bohr, Heisenberg, Schrödinger, Born, et Dirac. Ce progrès a produit la théorie de la mécanique quantique telle que nous la connaissons aujourd'hui.

La mécanique quantique n'est pas seulement un formalisme permettant de faire de calculs et de prévoir les résultats des expériences. Elle est surtout une nouvelle et révolutionnaire interprétation conceptuelle de la réalité physique. C'est à l'échelle microscopique, avec un côté profondément philosophique, qu'est pourquoi un quart de siècle a été nécessaire pour sa compréhension. À la

base de cette révolution sont le concept de dualité onde-corpuscule et le processus de mesure.

La découverte fondamentale de ce quart de siècle a été que le comportement de la lumière et de la matière ne s'identifie ni à celui de l'onde, ni à celui de la particule. Il s'agit d'un comportement particulier, pour lequel les seules idées d'onde et de particule sont inadéquates. Malheureusement, nous ne disposons que des idées d'onde et de particule pour une description conceptuelle de la réalité. Ces concepts « classiques » dérivent de notre expérience directe du monde réel à l'échelle macroscopique, et sont donc insuffisants pour rendre compte de phénomènes naturels à l'échelle microscopique.

L'idée proposée par la « philosophie de Copenhague »¹ est de ne pas renoncer aux concepts d'onde et de particule. Il faut au contraire accepter le fait que lumière et matière ont un comportement qui est parfois celui d'une particule et parfois celui d'une onde... sans être donc ni l'un ni l'autre ! Nous appelons cette idée « dualité onde-particule ». La mécanique quantique nous offre toutefois une simplification essentielle : elle nous dit que la matière et la lumière se comportent exactement de la même façon ! Nous verrons par la suite que les mêmes expériences, mettant en évidence le comportement quantique de la nature, peuvent être menées avec de la lumière ou de la matière, avec des conclusions identiques.

Un autre aspect fondamental mis en évidence par les expériences est celui de la « complémentarité quantique », qui a été formalisée par Bohr. Le principe de la complémentarité quantique dit que les comportements d'onde et de particule sont mutuellement exclusifs : il ne peuvent pas se manifester en même temps pour le même système. Le principe d'incertitude de Heisenberg n'est qu'un cas particulier de ce comportement exclusif. Nous ne pouvons pas connaître en même temps, avec précision arbitraire, la position (trajectoire, caractère de particule) et l'impulsion ($p = h/\lambda$, longueur d'onde, caractère d'onde) d'un système physique. La complémentarité quantique semblerait donc être reliée au processus de mesure. Remarquez toutefois les mots que nous avons utilisés : « nous ne pouvons pas *connaître*... ». Nous aurions pu écrire « nous ne pouvons pas *mesurer*... », mais cela aurait été moins précis. Le développement de la mécanique quantique au cours du vingtième siècle, avec les idées de Feynman et les expériences en optique quantique des années '80 et '90, ont montré sans aucun doute que la complémentarité ne traduit pas simplement une limite des capacités de l'expérimentateur ou de l'équipement de laboratoire. Elle est au contraire une caractéristique in-

1. On appelle ainsi la structure interprétative de la mécanique quantique qui s'est développée à travers les plusieurs discussions entre Einstein et Bohr, ce dernier étant le représentant de l'Ecole de Copenhague de physique.

électron à travers une différence de potentiel V , sa quantité de mouvement sera donnée par $p = \sqrt{2meV}$ et

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meV}} = \frac{12\text{\AA}}{\sqrt{V/\text{Volt}}} \quad \text{pour un électron}$$

Il suffit donc une différence de potentiel de quelques Volts pour observer une figure de diffraction. Il est intéressant de remarquer que pour un électron la vitesse de phase (vitesse de propagation de la phase de l'onde) est donnée par

$$kx - \omega t = cte$$

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \frac{\omega}{k} = \nu\lambda = \frac{E}{p} \\ &= \frac{m_0\gamma c^2}{m_0\gamma v} = \frac{c^2}{v} > c \end{aligned}$$

La vitesse de phase est donc une quantité inappropriée à représenter la vitesse v de la particule. La vitesse de groupe est par contre définie, pour une onde, selon

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{dE}{dp}$$

mais pour une particule relativiste

$$p^2 - \frac{E^2}{c^2} = -m_0^2c^2$$

et

$$\frac{dE}{dp} = \frac{c^2 p}{E} = \frac{c^2 m_0 \gamma v}{m_0 \gamma c^2} = v$$

Donc la vitesse de groupe v_g est la bonne quantité à associer à la vitesse de la particule v . Nous verrons par la suite quelle est l'interprétation physique de la vitesse de groupe en terme de vitesse de propagation d'un paquet d'onde.

à une particule de quantité de mouvement p et d'énergie E . Sans donner d'interprétation, de Broglie suggère que les particules devaient montrer le phénomène de la diffraction, comme pour les ondes. L'expérience cruciale a été menée par Davisson et Germer aux Bell Laboratories, en 1927-28. Des électrons ont été envoyés sur une surface cristalline. Pour observer le phénomène de la diffraction il est nécessaire que la longueur d'onde λ soit comparable à la taille caractéristique de la structure qui produit la diffraction, dans notre cas la maille du cristal $a \approx 1 \div 2 \text{ \AA}$. Si on accélère un

et d'une fréquence

$$\nu = \frac{E}{h}$$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

L'idée de de Broglie suggère donc l'association d'une longueur d'onde

$$d = h\nu = hc = \frac{h\nu}{\nu} = \frac{\lambda}{\nu}$$

h . On en déduit pour une particule $h\nu$ ($h = \frac{hc}{\nu}$), de Broglie a proposé que la constante de proportionnalité soit h . Ensuite, par analogie avec la relation, valable pour la lumière, $E = h\nu =$

$$\left(\mathbf{p}, \frac{c}{i\hbar} \right) \propto \left(\mathbf{k}, \frac{c}{i\omega} \right)$$

posé que

est invariant. Par analogie avec les relations d'Einstein, de Broglie a donc

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t = \left(\mathbf{k}, \frac{c}{i\omega} \right) \cdot \left(\mathbf{r}, it \right)$$

une transformation de Lorentz. En particulier, le produit la remarque qu'un produit scalaire de deux quadrvecteurs est invariant sous inertielle (transformation de Lorentz). On peut montrer cela simplement par qui définit une onde plane $\psi(\mathbf{r}; t) = e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)}$ sous changement de référentiel

$$\left(\mathbf{k}, \frac{c}{i\omega} \right), k = \frac{\lambda}{2\pi}, \omega = 2\pi\nu$$

obéit aux mêmes lois de transformation que le quadrvecteur

Considérons, comme exemple de particules, des balles tirées par une mitrailleuse. Il s'agit d'objets macroscopiques pour lesquelles nous sommes sûrs que la description classique s'applique. Supposons qu'il s'agit d'une très mauvaise mitrailleuse, qui tire les balles en plusieurs directions au hasard. Les fentes sont suffisamment grandes pour laisser passer une balle, mais assez petites pour que la balle, en passant, fasse presque toujours des chocs avec les bords de la fente. Dans l'expérience de Young nous allons avoir besoin d'un détecteur d'arrivée des balles. Nous pouvons utiliser une boîte de sable qui va absorber les balles, que nous allons compter à la fin de l'expérience.

1.1.1 Expérience de Young avec des balles

Nous allons utiliser l'expérience de Young comme expérience de pensée, pour caractériser le comportement des particules, des ondes, et puis pour montrer qu'un « objet » quantique tel qu'un électron aura un comportement qui n'est ni celui des particules, ni celui des ondes.

Nous allons considérer l'expérience de Young. Il s'agit d'une expérience très connue pour les ondes de lumière. Une onde électromagnétique arrive sur une plaque où se trouvent deux fentes. Si la taille des fentes est comparable à la longueur d'onde, la lumière qui passe à travers les deux fentes est diffractée et produit une figure d'interférence sur un écran posé de l'autre côté de la plaque. Dans le contexte des ondes électromagnétiques, ce comportement est parfaitement compris et expliqué par les équations de Maxwell.

1.1 La dualité onde-particule

Pour bien comprendre ces idées, une méthode consisterait à reparcourir en détail toutes les étapes historiques du développement de la mécanique quantique, de 1900 à 1927. Cela prendrait malheureusement beaucoup de temps et nous laissons donc le choix à l'étudiant d'approfondir cet aspect historique, par exemple dans ses célèbres leçons. À travers l'illustration des résultats de plusieurs expériences (*Gedankenexperiment*), directe, proposée par R. Feynman dans ses célèbres leçons. À travers l'illustration des résultats de plusieurs expériences (*Gedankenexperiment*), nous verrons droit au cœur de la mécanique quantique, pour comprendre les implications profondes de la dualité onde-particule et de la complémentarité quantique. Une fois ces concepts clairs, nous pourrions emprunter, dans les chapitres suivants, un chemin plus rigoureux qui nous emmènera à apprendre le formalisme, les éléments de base de la théorie et ses résultats les plus importants.

trèsque et inéluctable de la nature même. C'est cette découverte qui consti-

La figure 1 montre un schéma de cette expérience. Voici, en quelques mots, les caractéristiques essentielles de cette expérience de pensée.

1. Mitrailleuse : tire au hasard en une direction variable sur l'angle
2. Deux fentes, petites, qui laissent juste passer les balles, souvent avec choc
3. Paroi qui absorbe toutes les balles (pas de rebond)
4. Détecteur (boîte de sable) : nous pouvons le placer le long de x , attendre un temps T et compter les balles à l'intérieur

$$P(x) = N/T \propto \text{probabilité de terminer en } x$$

Remarque : Nous parlons de probabilité : nous ne connaissons pas la direction de la mitrailleuse ni l'effet des fentes.

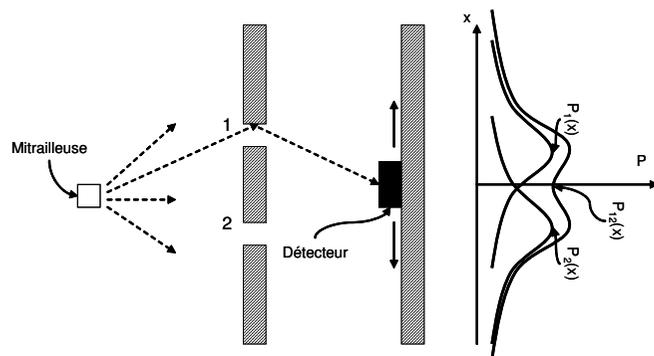


FIGURE 1 – Schéma de l'expérience de Young avec des balles tirées par une mitrailleuse.

Nous remarquons d'abord que les balles arrivent par unités discrètes. En d'autres mots, dans le détecteur il ne se passe rien jusqu'à l'arrivée d'une balle. Cette arrivée correspond à un choc dans le détecteur, avec une durée très courte dans le temps. Les balles ne se cassent jamais en plusieurs fragments, mais restent toujours entières et identiques : nous soulignons ce fait puisque nous avons besoin du concept de particule en tant qu'unité élémentaire. Nous pouvons maintenant fermer la fente 2 et mesurer la distribution $P_1(x)$ des balles le long de la direction x de la paroi. Pour mesurer cette distribution nous pouvons placer le détecteur en x et compter

donc

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \theta)$$

qui est la relation de Compton. Elle reproduit très bien le résultat expérimental. La quantité

$$\lambda_c = \frac{h}{mc}$$

est dite longueur d'onde de Compton. Pour l'électron $\lambda_c \simeq 0.02 \text{ \AA}$. C'est donc un très petit effet. Pour de la lumière visible $\lambda \simeq 4000 \text{ \AA}$ et cet effet serait négligeable. C'est pourquoi on a utilisé des rayons X avec $\lambda \simeq 10^{-2} \text{ \AA}$. L'expérience a été effectuée également avec des rayons γ ($\lambda \simeq 10^{-6} \div 10^{-2} \text{ \AA}$) sur des protons ($m_p \sim 2000m_e$). Il est important de remarquer que, pour ce calcul, nous avons utilisé la mécanique non relativiste. Il est simple de vérifier que, à l'aide de la relativité restreinte, la relation de Compton est valable sans approximation pour toutes valeurs de θ .

1.2.4 De Broglie et la nature ondulatoire de la matière

Parallèlement aux études sur la nature corpusculaire de la lumière, l'autre aspect de la dualité onde-corpuscule, c'est-à-dire la nature ondulatoire de la matière, faisait l'objet des premières études. Louis de Broglie en particulier, a été le premier à proposer l'idée qu'une particule puisse être caractérisée par une longueur d'onde et par une fréquence. De Broglie avait été inspiré par l'analogie profonde entre les lois de l'optique géométrique et le principe de moindre action en mécanique analytique. Nous verrons plus tard comment ce lien permet non seulement d'attribuer une longueur d'onde à une particule, mais aussi de déduire l'équation de base de la mécanique quantique : l'équation de Schrödinger (Ce lien était connu d'après les travaux d'Hamilton depuis presque un siècle, mais restait tout de même un lien formel, sans aucune interprétation physique).

Stimulé par cette idée et par les développements récents de la physique quantique, en 1923 de Broglie a avancé l'hypothèse qu'une particule puisse être reliée à une onde, sans toutefois donner d'interprétation physique au phénomène ondulatoire. Il avait remarqué qu'en relativité restreinte, le quadrvecteur énergie-quantité de mouvement

$$\left(\mathbf{p}, \frac{iE}{c} \right) = m_0 \gamma (\mathbf{v}, ic)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad m_0 = \text{masse de la particule}$$

$$2(1 - \cos \theta) = \frac{2mc}{\lambda} \left(\frac{\lambda'}{c} - \frac{\lambda}{c} \right)$$

Nous pouvons nous restreindre à des petits θ pour lesquels $\lambda \sim \lambda'$ et donc $(\lambda - \lambda')^2$ peut être négligé par rapport à $(\lambda + \lambda')$. Nous trouvons

$$(\lambda - \lambda')^2 + 2\lambda\lambda'(1 - \cos \theta) = \frac{2mc}{\lambda} (\lambda - \lambda')$$

d'où

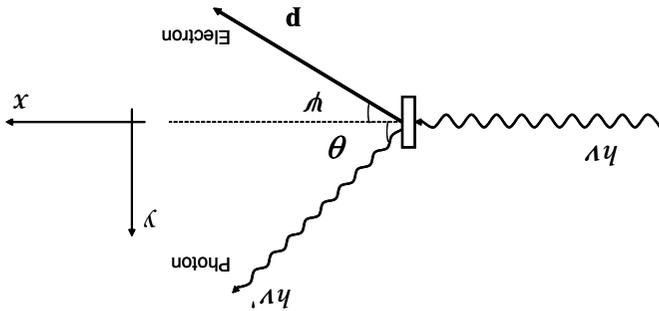
$$\left(\frac{h\lambda'}{2} \right)^2 \sin^2 \theta + \left(\frac{c}{h\lambda'} \cos \theta - \frac{c}{h\lambda} \right)^2 = d^2 = 2mh(\lambda - \lambda')$$

Éliminons les variables ψ et d (l'électron n'étant pas observé dans l'expérience).

$$\begin{aligned} h\nu &= h\nu' + \frac{2m}{d^2} && \text{conservation de l'énergie} \\ \frac{c}{h\nu} &= \frac{c}{h\nu'} \cos \theta + d \cos \psi && \text{quantité de mouvement selon } \hat{x} \\ 0 &= \frac{c}{h\nu'} \sin \theta - d \sin \psi && \text{quantité de mouvement selon } \hat{y} \end{aligned}$$

L'idée est que le « quantum » de lumière, le photon, et l'électron effectuent une collision élastique comme deux points matériels, avec conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement totales. Cette situation est illustrée en figure 9. Les lois de conservation s'écrivent :

FIGURE 9 – Schéma de l'effet Compton. Une particule de lumière (trait ondulé) subit un choc avec un électron (trait droit).



1.1.2 Expérience de Young avec des ondes

Nous pouvons répéter l'expérience de Young avec des ondes. Par exemple la surface de l'eau. La source serait un mécanisme qui tape régulièrement sur la surface de l'eau. Les fentes ont une taille comparable à la longueur des ondes. L'onde initiale est diffractée par les deux fentes, chaque fente produisant une nouvelle onde sphérique à la sortie. Le détecteur pourrait être un mécanisme flottant, qui nous permet de mesurer l'amplitude $A(x, t)$ des oscillations de la surface de l'eau à la position x et au temps t . Comme avant, le détecteur peut être déplacé le long de la paroi. La paroi est totalement absorbante (imaginons les ondes qui arrivent sur la plage). L'expérience est illustrée en figure 2. Les caractéristiques essentielles de cette expérience avec des ondes sont :

1. Ondes produites sur la surface de l'eau par un dispositif mécanique
2. Deux fentes, taille comparable ou plus petite de la longueur d'onde
3. Paroi absorbante
4. Détecteur (flotteur, dont on mesure la hauteur au cours du temps).

L'intensité des oscillations de la surface de l'eau est définie de manière standard pour un phénomène ondulatoire, comme $I(x) = |\max_t A(x, t)|^2$. Par

le nombre de balles qui arrivent en une unité de temps donnée, puis déplacer le détecteur et recommencer. Le résultat sera une fonction $P_1(x)$. Nous pouvons faire la même chose après avoir fermé la fente 1 à la place de la fente 2. Nous aurons ainsi mesuré la distribution $P_2(x)$. Les deux distributions sont illustrées dans la figure 1. Si maintenant nous effectuons la même mesure avec les deux fentes ouvertes, nous mesurons la distribution $P_{12}(x)$. Cette distribution est aussi illustrée dans la figure 1. Il est assez intuitif que la distribution $P_{12}(x)$ soit donnée par la somme des deux distributions $P_1(x)$ et $P_2(x)$. En d'autres mots, l'effet combiné des deux fentes ouvertes n'est rien d'autre que la somme des deux phénomènes avec une seule fente ouverte. Faisons un résumé des faits importants.

En résumant le résultat,

1. Les balles arrivent une à la fois, identiquement. Les chocs dans le détecteur sont toujours de la même intensité (pas de fragment de balle) et à la fin nous pouvons compter les balles.
2. Mesurons $P_1(x)$ et $P_2(x)$ en gardant la fente 2 ou 1 fermée, respectivement. Après, mesurons $P_{12}(x)$ avec deux fentes ouvertes. Nous avons que $P_{12} = P_1 + P_2$.

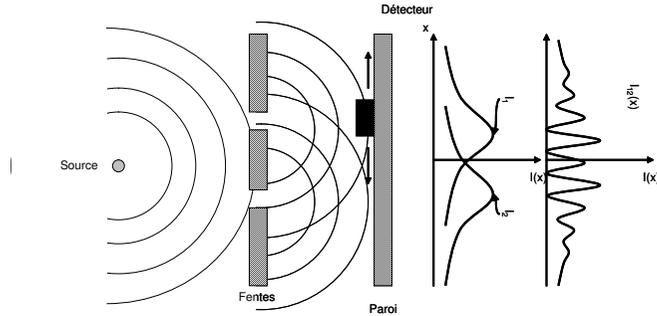


FIGURE 2 – Schéma de l'expérience de Young avec des ondes sur la surface de l'eau.

analogie avec l'électromagnétisme, nous pouvons représenter l'onde par une fonction complexe $A(x, t) = A(x)e^{-i\omega t}$ dont la partie réelle décrit l'amplitude des oscillations. Dans ce cas, l'intensité est donnée par $I(x) = |A(x, t)|^2$. Il est très important de remarquer que maintenant l'intensité mesurée au détecteur peut varier sur une échelle continue, différemment du cas des balles. Le caractère « discontinu » (type particule) est remplacé par le caractère « continu » et étendu dans tout l'espace (type onde).

Comme avant, nous voulons mesurer $I_1(x)$, $I_2(x)$ et $I_{12}(x)$, respectivement avec la fente 1 ouverte, la fente 2 ouverte, et les deux fentes ouvertes. Nous obtenons :

$$I_1(x) = |A_1(x)|^2, \quad I_2(x) = |A_2(x)|^2,$$

et

$$\begin{aligned} I_{12}(x) &= |A_1(x) + A_2(x)|^2 \\ &= I_1(x) + I_2(x) + \underbrace{2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta(x)}_{\text{interférence}}, \end{aligned}$$

où $\delta(x)$ est la différence entre les phases des deux ondes sphériques arrivant au point x des deux fentes. Ce terme produit l'interférence entre les deux ondes sphériques provenant des deux fentes. Pour des ondes, l'interférence est un phénomène très intuitif, auquel nous sommes habitués. Nous remarquons que I_{12} n'est pas la somme de I_1 et I_2 . Il peut être plus grand (interférence

Pour un « quantum » de lumière, le flux total d'énergie (c'est-à-dire énergie \times vitesse; il ne s'agit pas de flux par unité de surface) est donné par

$$S = \epsilon c = h\nu c$$

et l'impulsion du « quantum » est donc donnée par

$$p = \frac{S}{c^2} = \frac{h\nu}{c}$$

D'après ces considérations, Einstein a proposé l'idée que la lumière ait un caractère de particule (souvenez-vous de la discussion sur la dualité onde-particule). Un « quantum » a donc une énergie $\epsilon = h\nu$ et une impulsion $p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$. La « particule » de lumière a été baptisée « photon » par G.N. Lewis en 1926.

La nature corpusculaire de la lumière a été démontrée (principalement) par la mesure de l'effet Compton. D'ailleurs, le principe de complémentarité de Bohr est toujours respecté : la lumière ne se comporte pas toujours comme une particule, comme les nombreuses expériences d'interférence et de diffraction (par exemple diffraction de rayons X par des cristaux, M. von Laue, 1912; W.L.Bragg et W.H. Bragg, 1913) l'ont démontré.

1.2.3 Effet Compton

L'effet Compton a été observé en 1923, en effectuant des mesures de diffusion de rayons X sur des atomes. L'expérience peut par exemple être effectuée avec de la paraffine, riche en hydrogène. Les rayons X ont une longueur d'onde λ dans l'intervalle $10^{-2}\text{Å} < \lambda < 10\text{Å}$ et une énergie $1.8\text{keV} < h\nu < 1.8\text{MeV}$. Par rapport à ces énergies, les électrons autour des atomes d'hydrogène peuvent être considérés comme libres, puisque leur énergie de liaison (l'énergie nécessaire pour ioniser un atome d'hydrogène) est de 1 Rydberg = 13.5 eV. D'après l'électrodynamique classique, une onde monochromatique (à une longueur d'onde λ fixée) est diffusée de manière élastique, c'est-à-dire que l'onde diffusée a la même énergie $E = h\nu$, et donc la même fréquence ν , que l'onde incidente. C'est la diffusion Thomson, avec section efficace de diffusion

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2 \frac{1}{2} (1 + \cos^2\theta)$$

θ étant l'angle entre la direction diffusée et la direction incidente. Dans l'expérience, par contre, on mesure une fréquence de la lumière diffusée ν' inférieure à celle de la lumière incidente ν , et qui dépend de l'angle de diffusion θ . Pour $\theta = 0$ on mesure $\nu'|_{\theta=0} = \nu$.

pour une intensité arbitrairement basse de lumière, nous avons un nombre fini de quanta d'énergie $\epsilon = h\nu$, et qu'il suffit d'un de ces quanta pour ioniser un atome. Le même raisonnement nous permet de comprendre le point 3. : on en déduit que l'intensité de la lumière est proportionnelle au nombre de ces quanta.

L'effet photoélectrique a

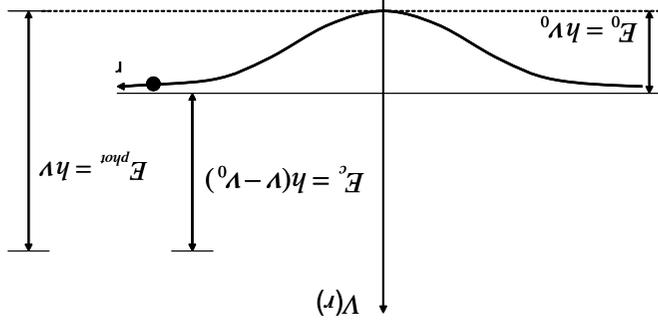


FIGURE 8 – Illustration du processus d'ionisation d'un atome par l'effet photoélectrique.

donc permis de démontrer que le quantum d'énergie est une propriété intrinsèque du rayonnement électromagnétique. L'étape suivante consistait à donner une description formelle de la lumière comme étant composée de particules, et à démontrer l'existence de ces particules.

1.2.2 Nature corpusculaire de la lumière

D'après l'électrodynamique, une relation précise existe entre le vecteur de Poynting \mathbf{S} , qui représente le flux d'énergie du champ par unité de surface, et la densité d'impulsion \mathbf{g} du champ électromagnétique² :

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= \frac{4\pi}{c} \mathbf{E} \times \mathbf{H} \\ \mathbf{g} &= \frac{1}{4\pi c} \mathbf{E} \times \mathbf{H} \\ &= \frac{\mathbf{S}}{c^2} \end{aligned}$$

² Voir Jackson *2nd éd.*, Sec. 6.8 et 6.9 : le problème de la détermination de \mathbf{g} dans un milieu n'est pas trivial et présente toujours des ambiguïtés

constructive) ou plus petit (interférence destructive), selon la différence de phase des deux ondes au détecteur.

En résumé,

1. Les ondes arrivent de manière continue, à la fois en amplitude et extension spatiale

2. Il y a le phénomène de l'**interférence** : $I_{12} \neq I_1 + I_2$.

1.1.3 Expérience de Young avec des électrons

Maintenant nous imaginons de faire la même expérience avec des électrons. L'expérience est illustrée en figure 3. La source est un filament chauffé par un courant électrique. Nous pouvons supposer que les électrons ont tous (presque) la même énergie cinétique. Le détecteur pourrait être un détecteur Geiger, qui produit un clic à chaque arrivée d'un électron. Souvenez-vous qu'il s'agit d'une « expérience de pensée » (*Gedankenexperiment*). En réalité elle serait plus complexe (bien que pouvant être réalisée de façon presque similaire aujourd'hui avec des photons).

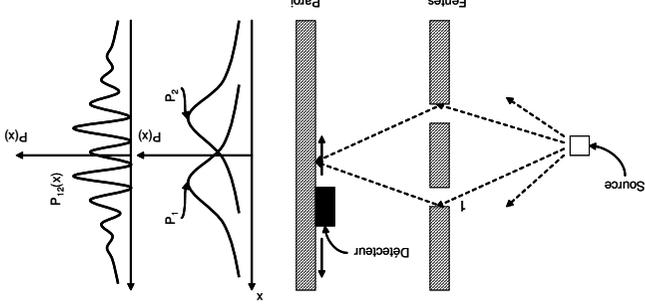


FIGURE 3 – Schéma de l'expérience de Young avec des électrons.

Résumons les caractéristiques de l'expérience :

1. Source : par exemple une cathode chaude. Directions aléatoires comme pour les balles. Énergie cinétique identique pour les électrons
2. Paroi absorbante
3. Deux fentes. L'expérience est sur une échelle microscopique
4. Détecteur (compteur Geiger ou multiplicateur, avec audio pour entendre les clics)

A l'arrivée des électrons, nous entendons des clics au détecteur. Ils sont tous semblables : même bruit, même intensité du son. Ils sont répartis dans le temps de manière aléatoire. Cela nous dit que les électrons arrivent de manière discrète et sont identiques, comme des balles. Le taux $P = N/T$ est en moyenne constant dans le temps.

Encore une fois, nous pouvons mesurer $P_1(x)$, $P_2(x)$ et $P_{12}(x)$, respectivement avec la fente 1 ouverte, la fente 2 ouverte, et les deux fentes ouvertes. Le résultat est surprenant !

$$P_{12}(x) \neq P_1(x) + P_2(x)$$

$P_{12}(x)$ montre de l'interférence ! Ce résultat est illustré dans la figure 3.

Comment expliquer cela ? Le comportement des électrons n'est visiblement ni celui des particules, ni celui des ondes. Comme les particules, les électrons arrivent par unités discrètes et identiques. Comme la lumière, par contre, ils produisent une figure d'interférence. Nous ne pouvons donc pas attribuer aux électrons un caractère de particule ou de lumière. **L'électron n'est ni l'un, ni l'autre.**

En revanche, il est difficile de comprendre ce qui se passe effectivement dans cette expérience. Si les électrons arrivent par unités distinctes, il est naturel de se poser la question : « par quelle fente est passé l'électron ? ». En d'autres mots, il est naturel de penser que chaque électron passe par une des deux fentes. Considérons cette proposition :

Proposition A : Chaque électron passe par la fente 1 **ou** par la fente 2.

L'aspect corpusculaire de l'expérience, c'est-à-dire que les électrons arrivent par unités discrètes, nous pousserait à dire que (A) est vraie. L'interférence qu'on observe, par contre, nous suggère qu'elle est fautive. Si elle était vraie, on pourrait bloquer 2 et mesurer P_1 , puis bloquer 1 et mesurer P_2 . (A) nous dit que nous avons ainsi mesuré l'effet combiné des deux fentes. Mais $P_{12} \neq P_1 + P_2$ tandis que si un électron passait ou par 1 ou par 2, on devrait nécessairement avoir $P_{12} = P_1 + P_2$. Nous pouvons imaginer des trajectoires exotiques bizarres pour les électrons (cela a été fait) mais elles sont insuffisantes pour expliquer le résultat de cette expérience.

Toutefois, d'un point de vue strictement mathématique, nous pourrions suggérer une description très simple et très intéressante. Supposons que les distributions $P(x)$ soient liées à des amplitudes complexes $\phi(x)$, exactement comme l'intensité $I(x)$ du champ électromagnétique est liée à son amplitude complexe $A(x)$. Nous aurions dans ce cas :

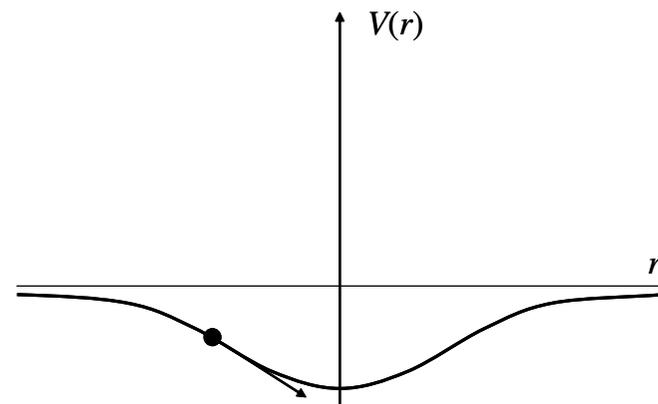


FIGURE 7 – Schéma d'une particule classique dans un puits de potentiel avec barrières de hauteur finie.

2. L'énergie cinétique E_c des électrons émis par le métal varie avec l'intensité de la lumière.

Les expériences ont par contre mis en évidence le comportement suivant :

1. Il y a une fréquence de seuil ν_0 du champ, au dessous de laquelle il n'y a pas de photoionisation.
2. Pour $\nu = \nu_0$ le temps nécessaire à l'émission d'un électron est instantané. Même pour des très faibles intensités de lumière il y a quelques électrons qui seront émis instantanément.
3. L'intensité des électrons émis est proportionnelle à l'intensité de la lumière incidente.
4. L'énergie E_c des électrons émis est

$$E_c = \alpha (\nu - \nu_0) \quad \text{avec } \alpha = h \text{ constante de Planck}$$

L'idée d'Einstein, que le rayonnement électromagnétique est constitué de quanta d'énergie $\epsilon = h\nu$, permet d'expliquer très naturellement ces observations. L'énergie du quantum est donnée complètement à l'électron. Une partie de cette énergie est nécessaire pour l'extraction du puits de potentiel, le reste étant converti en énergie cinétique de l'électron émis, comme illustré dans la figure 8. Les points 1. et 4. sont ainsi très naturellement expliqués. Nous pouvons également comprendre le point 2. si nous réfléchissons au fait que,

L'expérience consiste à irradier un métal avec du rayonnement ultraviolet. On observe que sous certaines conditions le métal se charge positivement. Ce phénomène est interprété comme le résultat d'émission d'électrons qui viennent de l'ionisation des atomes. Des expériences plus avancées ont aussi mis en évidence les électrons émis et mesuré leur énergie cinétique. Discutons d'abord à quel résultat nous attendrions en faisant appel à notre intuition basée sur la physique classique. Imaginons les électrons liés aux atomes comme des particules dans des puits de potentiel (voir le schéma en figure 7). En présence d'un champ électromagnétique oscillant, l'électron va acquérir de l'énergie cinétique à chaque oscillation et donc l'amplitude de ces oscillations va progressivement augmenter jusqu'à extraire l'électron du puits (ionisation). Nous nous attendons donc à ce que :

1. Le temps nécessaire à ioniser l'atome augmente si on réduit l'intensité de la lumière (moins d'énergie absorbée par oscillation).

1.2 Les relations de Einstein-de Broglie

Planck en 1900 a montré que la seule manière possible d'expliquer le spectre du corps noir est d'introduire la relation

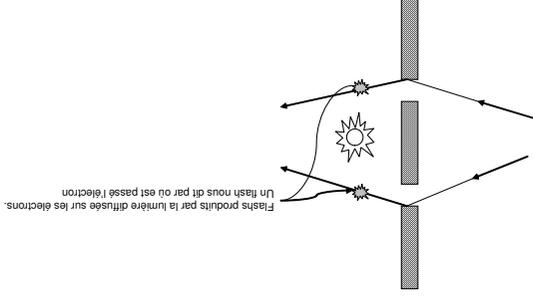
$$E = nh\nu \quad (n \text{ entier})$$

entre l'énergie de la lumière et sa fréquence. C'était la première indication que l'énergie d'un système physique ne peut prendre que certaines valeurs discrètes. La découverte de ce « quantum d'énergie » a constitué le début de la mécanique quantique. La quantification de l'énergie évoque aussi une nature corpusculaire de la lumière, sans toutefois constituer une description formellement complète de la dualité onde-particule.

Face à la physique du corps noir, nous sommes amenés à réfléchir sur un détail important. Le corps noir contient un champ électromagnétique qui est produit par les processus d'émission et d'absorption par les atomes qui forment les parois. Comment pouvons-nous être sûrs que $\epsilon = h\nu$ est une caractéristique intrinsèque de la lumière et non pas une conséquence spécifique de ces processus ? En d'autres termes, peut-on produire de la lumière de fréquence ν et énergie autre que $E = nh\nu$? Ce sont deux expériences fondamentales, l'effet photoélectrique et l'effet Compton, qui prouvent que $\epsilon = h\nu$ est une caractéristique intrinsèque et inéliminable de la lumière, indépendante du mécanisme qui la produit. De surcroît, ces deux expériences ont permis une interprétation beaucoup plus directe du champ électromagnétique comme étant constitué de particules.

1.2.1 Effet photoélectrique

FIGURE 4 – Schéma du mécanisme de détection de la trajectoire prise par l'électron, au moyen d'une ampoule.



1.1.4 Expérience de détection de chemin

Pour mieux connaître la trajectoire de l'électron, nous rajoutons une source de lumière au milieu des fentes :

Cette hypothèse n'a pour l'instant aucun fondement physique. Nous venons par la suite du concept de *fonction d'onde*, et qu'il constitue un des éléments fondamentaux de la révolution conceptuelle apportée par la mécanique quantique. En revenant à l'interprétation de notre expérience de Young, il est clair que le nombre d'électrons qui arrivent à un point n'est pas la somme de ceux qui passent par 1 et par 2. Il faut donc essayer de mieux étudier la trajectoire de l'électron.

$$\begin{aligned} P_1 &= |\phi_1|^2, \quad \phi_1 \in \mathbb{C} \\ P_2 &= |\phi_2|^2, \quad \phi_2 \in \mathbb{C} \\ P_{12}(x) &= |\phi_1 + \phi_2|^2 \neq P_1 + P_2 \end{aligned}$$

La lumière émise par cette ampoule sera diffusée par l'électron qui passe à côté. Nous allons pouvoir visualiser cette lumière diffusée comme un « flash » de lumière au passage de l'électron. Le côté où le flash apparaît nous indique par quelle fente est passé l'électron. Donc, à chaque click dans le détecteur nous avons aussi un flash et nous pouvons compter les électrons qui passent par 1 et par 2. Définissons

$$P'_1(x) = \frac{N}{T} \text{ nombre de clicks avec passage (flash) en 1}$$

$$P'_2(x) = \frac{N}{T} \text{ nombre de clicks avec passage en 2}$$

L'expérience nous montre un fait très important : le flash est toujours en 1 ou en 2, jamais aux deux points ensemble ! Donc la proposition (A) semblerait correcte (avec cette expérience) ! Les deux quantités $P'_1(x)$ et $P'_2(x)$ sont illustrées en figure 5.

Il est d'ailleurs clair que, si à chaque click nous avons aussi un flash, alors nous pouvons identifier les distributions mesurées en fermant une fente avec celles mesurées par la méthode des flashes. En d'autres mots,

$$P'_1(x) = P_1(x)$$

$$P'_2(x) = P_2(x)$$

Mais maintenant la distribution totale des électrons, correspondant à l'effet combiné des deux fentes ouvertes, est par définition bien évidemment

$$P'_{12}(x) = P'_1(x) + P'_2(x).$$

Il est évident, par ailleurs, que $P'_{12}(x)$ ainsi défini ne peut pas présenter des franges d'interférence ! Ceci est illustré en figure 5. Le résultat de cette nouvelle expérience devient de plus en plus bizarre. Nous aurions dit que $P'_{12}(x)$ doit correspondre à $P_{12}(x)$, mais ce n'est pas le cas ! En effet, si à la place d'un détecteur nous avons utilisé une plaque photographique, alors en présence de la lumière nous aurions observé une trace uniforme, sans franges d'interférence, laissée par les électrons. En plus, si on éteint la lumière, la figure d'interférence réapparaît !!

Faisons maintenant l'hypothèse que la lumière influence les électrons et change leur trajectoire, de manière à pouvoir expliquer le changement radical produit par la présence de l'ampoule allumée. Essayons donc de baisser l'intensité de la lumière et d'en constater l'effet : les flashes ne sont pas plus faibles mais simplement moins fréquents. Ceci parce que la lumière a aussi un comportement quantique : en baisser l'intensité c'est diminuer le nombre

1.1.6 Choses à retenir

1. Dualité onde-particule : un système en mécanique quantique n'est pas caractérisé par un comportement toujours purement ondulatoire ou toujours purement corpusculaire. Le vrai comportement n'est ni celui d'une onde, ni celui d'une particule.
2. Principe de Complémentarité Quantique (dans sa forme la plus moderne : oublier la « rétroaction » de la mesure sur le système) : La possibilité de connaître la trajectoire d'un système et sa capacité de produire l'interférence quantique, sont deux aspects mutuellement exclusifs. Il ne peuvent donc pas se manifester simultanément.
3. Le concept de probabilité devient nécessaire (pas seulement une limitation de la mesure).
4. Un « champ » ondulatoire complexe $\phi(x, t)$ avec la distribution de probabilité donnée par $P(x, t) = |\phi(x, t)|^2$ pourrait facilement décrire les observations expérimentales.

Références

- [1] L. Mandel, *Re. Mod. Phys* 71, S274, (1999)
- [2] X.Y.Zon, L.J. Wang & L.Mandel, *Phys. Rev. Lett.* 67, 318 (1991)
- [3] S.Dürr, T.Nonn & G.Rempe, *Nature* 395, 33 (1998)
- [4] M.O.Scully & K.Drühl, *Phys. Rev. A* 25, 2208 (1982)
- [5] M.O.Scully, B.-G. Englert & H.Walther, *Nature* 351, 111 (1991)
- [6] Y.-H. Kim, R.Yu, S.P. Kulik, Y.Shih & M.O.Scully, *Phys. Rev. Lett.* 84, 1 (1999)

(a) $c_1 \equiv c_2$: on effectue la détection de l'électron complémentaire.
 (b) $c_1 \equiv c_2$: on n'effectue pas la détection de l'électron complémentaire.
 (2a) $c_1 \not\equiv c_2$; détection (de c_1 ou c_2).
 (2b) $c_1 \not\equiv c_2$; pas de détection.
 La réponse est très étonnante. Nous observons l'interférence dans les cas (1a) et (1b). Nous ne l'observons pas (comme pour les balles) dans les cas (2a) et (2b). Donc *le fait d'effectuer ou non la mesure n'a aucune influence sur le résultat de l'expérience* !

Nous pouvons interpréter ce résultat de la façon suivante : dans le cas (1) les trajectoires des deux complémentaires possibles c_1 et c_2 sont alignées. Même en détectant un électron complémentaire donc, il est impossible de dire si l'est venu de la première ou de la deuxième fente. Un électron c est toujours corrélié avec le s correspondant. Il est donc impossible dans cette configuration d'établir par quelle fente l'électron s est passé. Par le principe de complémentarité nous pouvons donc avoir (...et nous avons...) de l'interférence entre les deux possibles chemins s_1 et s_2 .

Dans le cas (2) les trajectoires c_1 et c_2 sont différentes. Il est donc possible, *en principe* de détecter un électron en c_1 ou en c_2 . Un électron en c_1 nous assure que l'électron s est passé par la fente s_1 (de même pour c_2, s_2). Il est donc possible d'établir la trajectoire de l'électron s sans la modifier par une mesure directe, grâce à la corrélation avec l'électron c . Cette *possibilité* elle seule, suffit à assurer l'absence d'interférence grâce au principe de complémentarité. Il faut remarquer que dans le cas (2) il serait impossible d'obtenir deux réponses différentes pour (2a) et (2b). En effet, c'est l'électron s qui produit ou non l'interférence. Mais en mesurant l'électron c nous n'influençons en aucun cas l'électron s (à moins d'imaginer des phénomènes très compliqués de rétroaction dont l'existence peut être exclue en modifiant l'expérience). Il serait donc impossible d'obtenir deux résultats différents pour (2a) et (2b). Cette expérience pour nous, mais effectivement réalisée en 1991 par Mandel) a donc démontré que le principe de complémentarité est une possibilité intrinsèque et inéluçable d'un système physique, et pas une conséquence de l'acte de la mesure. D'autres expériences menées à partir des années 80 ont mis en évidence ce fait. Nous aimons mentionner en particulier les expériences où l'on a fait attention à ce que la mesure de la trajectoire ne puisse pas produire une perturbation assez grande pour changer l'état du système (c'est une preuve basée sur un argument quantitatif et donc moins frappante) [3]. Tout aussi enthousiasmantes ont été les expériences appelées l'« effaceur quantique » et le « choix retardé » menées par M.Scully dans les années 80 [4,5,6].

Principe de complémentarité quantique : Dans une expérience de physique, la **connaissance de la trajectoire** (caractère de particule) et l'**interférence** (caractère d'onde) sont mutuellement exclusifs. core :

quantique, énoncé par Niels Bohr dans les années 20. Nous le rappelons en-
même temps. Il s'agit exactement de l'expression du principe de complémentarité impossible de connaître la trajectoire de l'électron et avoir de l'interférence en La seule conclusion que nous pouvons tirer de ces observations est : *il est donc impossible de tirer une conclusion sur la trajectoire suivie par l'électron.* nous n'avons pas mesuré la trajectoire, $P_n^{12}(x)$ montre de l'interférence ! Il est De manière surprenante, par contre, la distribution des électrons dont

certains électrons passent sans que leur trajectoire soit mesurée.
 FIGURE 5 – Illustration des deux distributions $P_n^{12}(x)$ et $P_n^{12}(x)$ dans l'expérience où la lumière émise par l'ampoule est assez faible pour que cer-

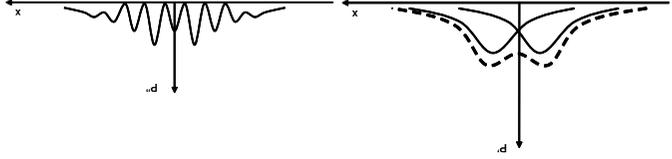


figure 5.

Comme avant, $P_n^{12}(x)$ ne montre pas d'interférence, comme illustré dans la

$$P_n^{12}(x) = P_n^1(x) + P_n^2(x) .$$

la trajectoire. Elle est définie comme avant par
 Considérons d'abord la distribution des électrons dont nous avons mesuré

$$P_n^1(x) \text{ (click et flash en 1)}$$

$$P_n^2(x) \text{ (click et flash en 2)}$$

$$P_n^{12}(x) \text{ (click sans flash)}$$

compter
 rive au détecteur. Malheureusement, à chaque click du détecteur, nous pouvons la lumière et donc sans produire de flash, tout en produisant un click à l'ar-
 résultat est que certains électrons réussissent à passer sans être atteints par de « photons » sans les modifier (nous comprendrons cela par la suite). Le

Le principe d'incertitude d'Heisenberg, comme nous le verrons, découle du principe de complémentarité quantique. Que pouvons-nous dire de la proposition (A) ? Tout simplement, elle n'a pas de sens. La seule chose que nous pouvons affirmer est le principe de complémentarité : si nous pouvons savoir par où est passé l'électron, il n'y aura pas d'interférence ; autrement, il y aura de l'interférence.

Il nous reste une dernière question importante à nous poser. Le principe de complémentarité est-il une limitation de la mesure (de l'expérimentateur ou de l'équipement de laboratoire) ? En d'autres mots, est-il possible que la mesure de la trajectoire puisse influencer l'électron à un tel point qu'il change son « état » physique ? Cette interprétation a été en effet la plus acceptée pendant très longtemps. Assez récemment, au cours des années 70 et 80, des nouvelles expériences en optique quantique ont mené les chercheurs à modifier cette interprétation. On s'est posé la question, si la complémentarité quantique ne serait une caractéristique intrinsèque de la nature, qui ne dépend pas de l'action de l'expérimentateur. Ce nouveau point de vue serait moins « anthropocentrique » et donc plus acceptable dans le contexte des lois fondamentales de la nature.

1.1.5 Expérience de Young avec électrons et « dédoubleurs »

Pour répondre à cette dernière question nous allons nous imaginer une dernière expérience de pensée. Imaginons que dans les fentes de l'expérience de Young avec électrons, nous ayons installé deux dispositifs spéciaux que nous appelons « dédoubleurs d'électrons »

Un « dédoubleur » est un dispositif qui transforme chaque électron à l'entrée en deux électrons à la sortie, que nous appelons « électron signal » et « électron complémentaire » (indiqués par «s» et «c»). Ce processus se produit en conservant l'énergie et la quantité de mouvement totales. Un tel dispositif existe pour les photons : il suffit d'avoir un cristal qui soit caractérisé par une non-linéarité optique de type χ^2 , pour qu'un photon avec fréquence ν et vecteur d'onde \mathbf{k} soit transformé en deux photons avec fréquence $\frac{\nu}{2}$ et vecteur d'onde $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2$ tels que $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}$.

Cette expérience a en effet été réalisée par L.Mandel avec des photons en 1991 [1][2].

Il faut préciser qu'un « dédoubleur » ne détruit pas la « phase » de l'onde que nous avons constaté être présente pour un électron dans cette expérience. En d'autres termes, l'électron initial n'est pas détruit, mais véritablement transformé en deux électrons.

Nous pouvons régler l'expérience de manière à ce que l'électron signal soit dirigé vers la paroi, en suivant les chemins s_1 et s_2 . Nous allons considérer

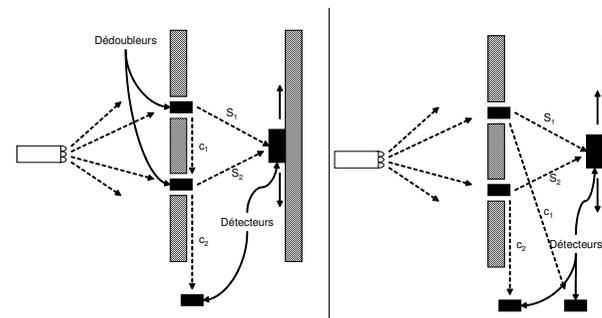


FIGURE 6 – Schéma de l'expérience de Young avec des électrons et des dédoubleurs.

deux cas de figure.

1. Le réglage est tel que l'électron complémentaire part toujours en direction parallèle à la paroi, donc suivant les chemins c_1 et c_2 qui se superposent.
2. Le réglage est tel que les chemins c_1 et c_2 ne se superposent pas.

Il faut maintenant faire une remarque importante. Un dédoubleur dédouble un électron avec probabilité 100%. En d'autres termes, si un électron signal est produit, alors nous avons la certitude qu'un électron supplémentaire a aussi été émis. C'est exactement ainsi que les cristaux non-linéaires de L.Mandel fonctionnent. On appelle cela une « corrélation de paires ».

Nous allons maintenant faire l'expérience sans jamais essayer de mesurer la trajectoire de l'électron signal. Son « état » ne peut donc pas être modifié par l'expérimentateur. Nous allons par contre choisir d'effectuer ou non la détection de l'électron complémentaire. C'est un peu comme pour la source de lumière du cas précédent, avec la seule différence que maintenant nous pouvons en principe mesurer la présence d'un électron signal sans le déranger, par la détection du complémentaire. Observons-nous de l'interférence dans les quatre cas suivants ?